

Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение

Половинская средняя общеобразовательная школа

Рассмотрено: Руководитель ШМО ест.-мат. цикла _____ /Богомолова Б.В./ « ____ » _____ 2018г	Согласовано: Зам.дир.по УВР _____ /Степанова Л.Ю./ « ____ » _____ 2018г.	Утверждено: Директор: _____ /Босколова Л.Б./ « ____ » _____ 2018г.
---	--	--

### РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

по элективному курсу «Решение математических задач»

среднее общее образование

срок реализации программы 2 года

разработала:

учитель математики Богомолова Б.В.

## **СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ**

- Паспорт рабочей программы
- Пояснительная записка
- Содержание учебного предмета
- Календарно – тематический план
- Требования к уровню усвоения предмета
- Планируемые результаты
- Учебно-методическое обеспечение
- Приложения
- Контрольно-измерительные материалы по курсу

## **Паспорт рабочей программы элективного курса по математике**

Тип программы – программа элективного курса по математике в 10 – 11 классе (среднего полного образования).

Статус программы: рабочая программа элективного курса.

Назначение программы:

- для обучающихся программа обеспечивает реализацию их права на информацию об образовательных услугах, права на выбор образовательных услуг и права на гарантию качества получаемых услуг;
- для педагогических работников МБОУ «Половинская СОШ» программа определяет приоритеты в содержании основного общего образования и способствует интеграции и координации деятельности по реализации общего образования;
- для администрации МБОУ «Половинская СОШ» программа является основанием для определения качества реализации общего образования.

Категория обучающихся: учащиеся 10 - 11 класса МБОУ «Половинская СОШ»

Сроки освоения программы: 2 года.

Объем учебного времени: 68 часов.

Форма обучения: очная.

Режим занятий: 1 час в неделю

Формы контроля: текущий контроль, (итоговый тест, ЕГЭ).

### **Пояснительная записка**

Рабочая программа элективного курса составлена на основании следующих нормативно-правовых документов:

1. Федерального компонента государственного стандарта основного общего образования по математике, утвержденного приказом Минобрнауки России от 5.03.2004 г. № 1089.
2. Законом Российской Федерации «Об образовании» (статья 7, 9, 32).
3. Учебного плана МБОУ «Половинская СОШ» на 2016 - 2017 учебный год.

В преподавании любой дисциплины нельзя учить всех одному и тому же, в одинаковом объёме и содержании, в первую очередь, в силу разных интересов, а затем и в силу способностей, особенностей восприятия, мировоззрения. Необходимо предоставлять обучаемым возможность выбора дисциплины для более глубокого изучения.

Школьная программа по математике содержит лишь самые необходимые, максимально упрощённые знания. Практика показывает громадный разрыв между содержанием школьной программы по математике и теми требованиями, которые налагаются на абитуриентов, поступающих в высшие учебные заведения. Поступить в ВУЗ нашим выпускникам становится трудно не только в силу экономических и социально-политических условий, но и по причине несоответствия знаний выпускника, которого добросовестно учили по программе, и уровнем вступительных экзаменов в вуз. Учащиеся 10-11 классов, перегружаясь, вынуждены посещать дополнительно платные курсы (которые не всем доступны), а учителя школ вынуждены организовывать для них разного рода дополнительные занятия. В целях наилучшего результата делать это надо не только в последние годы обучения, но значительно раньше.

Главная цель предлагаемой программы заключается не только в подготовке к вступительному экзамену, и в овладении определённым объёмом знаний, готовых методов решения нестандартных задач, но и в том, чтобы научить самостоятельно мыслить, творчески подходить к любой проблеме.

В связи с этим и создаётся программа элективного курса по математике. Элективный курс "Практикум решения задач по математике" рассчитан на 34 часа для учащихся 10-11 классов в первый год обучения и на 34 часа для учащихся 10-11 классов во второй год. Данная программа курса сможет привлечь внимание учащихся, которым интересна математика, кому она понадобится при учебе, подготовке к экзаменам, в частности, к ЕГЭ. Слушателями этого курса могут быть учащиеся различного профиля обучения.

Данный курс имеет прикладное и общеобразовательное значение, способствует развитию логического мышления учащихся, систематизации знаний при подготовке к выпускным экзаменам. Используются различные формы организации занятий, такие как лекция и семинар, групповая, индивидуальная деятельность учащихся. Результатом предложенного курса должна быть успешная сдача ЕГЭ и централизованного тестирования.

#### **Цели курса:**

- На основе коррекции базовых математических знаний учащихся за курс 5 – 9 классов совершенствовать математическую культуру и творческие способности учащихся. Расширение и углубление знаний, полученных при изучении курса алгебры.
- Закрепление теоретических знаний; развитие практических навыков и умений. Умение применять полученные навыки при решении нестандартных задач в других дисциплинах.

- Создание условий для формирования и развития у обучающихся навыков анализа и систематизации, полученных ранее знаний; подготовка к итоговой аттестации в форме ЕГЭ.

#### **Задачи курса:**

- Реализация индивидуализации обучения; удовлетворение образовательных потребностей школьников по алгебре. Формирование устойчивого интереса учащихся к предмету.
- Выявление и развитие их математических способностей.
- Подготовка к обучению в ВУЗе.
- Обеспечение усвоения обучающимися наиболее общих приемов и способов решения задач. Развитие умений самостоятельно анализировать и решать задачи по образцу и в незнакомой ситуации;
- Формирование и развитие аналитического и логического мышления.
- Расширение математического представления учащихся по определённым темам, включённым в программы вступительных экзаменов в другие типы учебных заведений.
- Развитие коммуникативных и общеучебных навыков работы в группе, самостоятельной работы, умений вести дискуссию, аргументировать ответы и т.д.

#### **Виды деятельности на занятиях:**

лекция учителя, беседа, практикум, консультация, ИКТ технологии, дистанционное обучение.

#### **Особенности курса:**

1. Краткость изучения материала.
2. Практическая значимость.
3. Нетрадиционные формы изучения материала.

#### **Умения и навыки учащихся, формируемые элективным курсом:**

- навык самостоятельной работы с таблицами и справочной литературой;
- составление алгоритмов решения типичных задач;
- исследования элементарных функций решения задач различных типов.

## Требования к уровню подготовки учащихся

После рассмотрения полного курса учащиеся должны иметь следующие результаты обучения:

- уметь определять тип текстовой задачи, знать особенности методики её решения, используя при этом разные способы;
- уметь применять полученные математические знания в решении жизненных задач;
- уметь использовать дополнительную математическую литературу с целью углубления материала основного курса
- уметь «рисовать» словесную картину задачи;
- понимать и использовать математические средства наглядности (графики, диаграммы, таблицы, схемы и др.) для иллюстрации, интерпретации, аргументации;
- ставить к условию задачи вопросы;
- устанавливать взаимосвязь между величинами, данными в тексте задачи;
- составлять план решения задачи, оформлять решение задачи;
- сравнивать решения задач;
- выбирать более удобный способ, метод для решения данной задачи;
- уметь составлять задачу по заданному вопросу, по иллюстрации, по данному решению, по аналогии, составлять обратные задачи;
- уметь решать задачи по возможности разными способами и методами;
- обосновывать правильность решения задачи;
- уметь определять границы искомого ответа.

### **Планируемые результаты**

Изучение данного курса дает учащимся возможность:

- повторить и систематизировать ранее изученный материал школьного курса математики;
- освоить основные приемы решения задач;
- овладеть навыками построения и анализа предполагаемого решения поставленной задачи;
- овладеть и пользоваться на практике техникой сдачи теста;
- познакомиться и использовать на практике нестандартные методы решения задач;
- повысить уровень своей математической культуры, творческого развития, познавательной активности;
- познакомиться с возможностями использования электронных средств обучения, в том числе Интернет-ресурсов, в ходе подготовки к итоговой аттестации в форме ЕГЭ.

## Учебно-методическое обеспечение

1. Гольдич В.А. Алгебра. Решение уравнений и неравенств. - СПб.: Литера, 2008
2. Горнштейн П.И., Полонский В.Б., Якир М.С. Задачи с параметрами. - М.-Харьков: "ИЛЕКСА", "Гимназия", 2009
3. Шарыгин И.Ф. Факультативный курс по математике. Решение задач – М. – «Просвещение» 2008
4. Кодификатор, спецификация заданий ЕГЭ 2013 -2016 г.

### Интернет – источники:

1. Открытый банк задач ЕГЭ: <http://mathege.ru>
2. Он-лайн тесты:
3. <http://uztest.ru/exam?idexam=25>
4. <http://egeru.ru>  
<http://reshuege.ru/>
5. ФИПИ <http://fipi.ru/>
6. МИОО <http://www.mioo.ru/ogl.php#>
7. <http://shpargalkaеge.ru/>

## Содержание программы

Курс рассчитан на 68 часов

**Тема 1. Введение. Текстовые задачи и способы их решения (1ч)**

**Тема 2. Решение текстовых задач ЕГЭ арифметическим способом( типа В1)(2ч).**

Привить навыки решения задач «от конца к началу», подсчет среднего арифметического.

**Тема 3. Задачи на движение (12ч).**

- ✓ задачи на движение по прямой (навстречу и вдогонку);
- ✓ задачи на движение по замкнутой трассе;
- ✓ задачи на движение по воде
- ✓ задачи на среднюю скорость;
- ✓ задачи на движение протяжённых тел.

Дать основные соотношения, которые используются при решении задач на движение. Рекомендовать составлять рисунок с указанием расстояний, векторов скоростей и других данных задач. Привить навыки решения всех типов задач на движение.

**Тема 4. Задачи на проценты (5ч).**

Дать основные соотношения, используемые при решении задач на проценты. Дать формулу «сложных процентов». Рекомендовать составлять таблицу-условие. Привить навыки решения задач на основании условия всевозможными способами.

**Тема 5. Задачи, связанные с банковскими расчетами. (4ч)**

Отработать навыки использования формулы при вычислении банковской ставки, суммы вклада, срока вклада, процентный прирост.

**Тема 6. Задачи на смеси и сплавы (4ч).**

Преодолеть психологические трудности, связанные с нечетким пониманием химических процессов, показав, что никаких химических процессов, влияющих на количественные соотношения задачи, не происходит. Дать основные допущения, отношения и формулы концентрации, процентного содержания и весового отношения. Рекомендовать запись условия с помощью таблицы. Привить навыки решения таких задач.

**Тема 7. Задачи на совместную работу (7ч).**

Дать основные соотношения, используемые при решении задач на производительность. Рекомендовать составлять схемы-условия. Привить навыки решения таких задач при рассмотрении частей всей работы.

**Тема 8. Задачи на прогрессии (5ч).**

Привить навыки решения задач на арифметическую и геометрическую прогрессии, решаемые с помощью уравнений и систем уравнений.

**Тема 9. Задачи на прямую и обратную пропорциональность. (4 ч.)**

Отработать навыки решения задач на составление пропорции.

**Тема 10. Задачи практического применения с геометрическим содержанием (5ч).**

Привить навыки решения задач геометрического содержания, решаемых либо арифметическим способом, либо с помощью уравнений или систем уравнений

**Тема 11. Решение нестандартных задач (6ч).**

Дать понятие нестандартных задач и приемы их решения. Рассмотреть примеры решения нестандартных задач.

**Тема 12. Решение старинных задач. (4ч)**

История развития математического знания дает возможность пополнить запас историко-научных знаний школьников, сформировать у них представления о математике как части общечеловеческой культуры. Знакомство с основными историческими вехами возникновения и развития математической науки, судьбами великих открытий, именами людей, творивших науку, должно войти в интеллектуальный багаж каждого культурного человека.

**Тема 13. Решение избранных задач ЕГЭ (типа В12) (7ч.)**



Тема 14.Итоговое занятие по защите проектов учащихся (2ч.)

Тематическое планирование

№ темы.	Содержание материала.	Количество часов.	Примечание.
<b>10-11 класс.</b>			
1.	Введение. Текстовые задачи и способы их решения.	1	
2.	Решение задач ЕГЭ арифметическим способом.	2	Типа 1.
3.	Задачи на движение: <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Движение по прямой навстречу и вдогонку;</li> <li>✓ Движение по замкнутой трассе;</li> <li>✓ Движение по воде;</li> <li>✓ Задачи на среднюю скорость;</li> <li>✓ Движение протяженных тел.</li> </ul>	<b>10</b> 3 2 2 1 2	
1 - 3	Практическая работа	2	Демонстрация презентаций по теме: «Движение»
4.	Задачи на проценты..	5	
5.	Задачи, связанные с банковскими расчетами.	3	
4 - 5	Самостоятельная работа.	1	
6.	Задачи на смеси и сплавы.	4	
7.	Задачи на совместную работу.	5	
6 - 7	Самостоятельная работа.	1	
8.	Решение задач на прогрессии.	5	
9.	Задачи на прямую и обратную пропорциональность.	4	
8 - 9	Самостоятельная работа.	1	
10.	Задачи практического применения с геометрическим содержанием	5	
11	Решение нестандартных задач .	6	
12	Решение старинных задач	3	
10 - 12	Самостоятельная работа.	1	
13	Решение избранных задач ЕГЭ	7	
14	Итоговое занятие.	2	
<b>Итого.</b>		<b>68 часов.</b>	

## Календарно-тематическое планирование 10-11 класс

№ п/п	Тема занятия	Примечание, коррекция
1	Введение. Текстовые задачи и способы их решения.	
2	Решение задач ЕГЭ арифметическим способом.	
3	Решение задач ЕГЭ арифметическим способом.	
4	Задачи на движение прямой навстречу и вдогонку	
5	Задачи на движение прямой навстречу и вдогонку	
6	Задачи на движение прямой навстречу и вдогонку	
7	Задачи на движение по замкнутой трассе	
8	Задачи на движение по замкнутой трассе	
9	Задачи на движение по воде	
10	Задачи на движение по воде	
11	Задачи на среднюю скорость	
12	Задачи на движение протяженных тел	
13	Задачи на движение протяженных тел	
14	Практическая работа по теме «Задачи на движение»	Демонстрация презентаций по теме: «Движение»
15	Практическая работа по теме «Задачи на движение»	
16	Задачи на проценты	
17	Задачи на проценты	
18	Задачи на проценты	
19	Задачи на проценты	
20	Задачи на проценты	
21	Задачи, связанные с банковскими расчетами	
22	Задачи, связанные с банковскими расчетами	
23	Задачи, связанные с банковскими расчетами	
24	Самостоятельная работа.	
25	Задачи на смеси и сплавы.	
26	Задачи на смеси и сплавы.	
27	Задачи на смеси и сплавы.	
28	Задачи на смеси и сплавы.	
29	Задачи на совместную работу.	
30	Задачи на совместную работу.	
31	Задачи на совместную работу.	
32	Задачи на совместную работу.	
33	Задачи на совместную работу.	
34	Самостоятельная работа.	
35	Решение задач на прогрессии.	
36	Решение задач на прогрессии.	
37	Решение задач на прогрессии.	
38	Решение задач на прогрессии.	
39	Решение задач на прогрессии.	
40	Задачи на прямую и обратную пропорциональность.	
41	Задачи на прямую и обратную пропорциональность.	
42	Задачи на прямую и обратную пропорциональность.	
43	Задачи на прямую и обратную пропорциональность.	

44	Самостоятельная работа.		
45	Задачи практического применения с геометрическим содержанием	10.11	10.11
46	Задачи практического применения с геометрическим содержанием	10.11	10.11
47	Задачи практического применения с геометрическим содержанием		
48	Задачи практического применения с геометрическим содержанием		
49	Задачи практического применения с геометрическим содержанием		
50	Решение нестандартных задач.	10.11	10.11
51	Решение нестандартных задач.	10.11	10.11
52	Решение нестандартных задач.	10.11	10.11
53	Решение нестандартных задач.	10.11	10.11
54	Решение нестандартных задач.	10.11	10.11
55	Решение нестандартных задач.		10.11
56	Решение старинных задач		
57	Решение старинных задач		
58	Решение старинных задач		
59	Самостоятельная работа.		
60	Решение избранных задач ЕГЭ		10.11
61	Решение избранных задач ЕГЭ		10.11
62	Решение избранных задач ЕГЭ		10.11
63	Решение избранных задач ЕГЭ		10.11
64	Решение избранных задач ЕГЭ		10.11
65	Решение избранных задач ЕГЭ		10.11
66	Решение избранных задач ЕГЭ		10.11
67	Итоговое занятие		
68	Итоговое занятие		
<b>Всего:</b>		<b>68 часов.</b>	

### Литература:

1. Журналы : Математика в школе.
2. Концепция модернизации российского образования на период до 2010, Вестник образования -2002- № 6
3. Лысенко Ф.Ф., Кулабухова С.Ю. Математика. Подготовка к ЕГЭ-2012: учебно-методическое пособие. – Ростов-на-Дону: Легион-М, 2011
4. Олехник С. Н. др. Старинные занимательные задачи - Москва, 1985г.
5. Перельман Я. И. «Занимательные задачи и опыты»

6. Садовничий Ю.В. « Математика». Конкурсные задачи по алгебре с решениями. Часть 6. Решение текстовых задач. Учебное пособие.– 3-е изд., стер. – М.: Издательский отдел УНЦ ДО, 2003г. (серия «В помощь абитуриенту»).
7. Севрюков П.Ф. Задачи на движение: простые и не очень.
8. Сканапи М.И. Сборник задач по математике – М.: Высшая школа, 1973 год.
9. Федеральный компонент государственного стандарта среднего (полного) общего образования по математике, Вестник образования -2004 - № 14
10. Шарыгин И.Ф. Факультативный курс по математике "Решение задач" (10 класс).
11. Шарыгин И.Ф., Голубев В. И. Факультативный курс по математике "Решение задач" (11 класс)

## Приложение

### Контрольно-измерительные материалы по курсу 10 класса

#### 1. Текстовые задачи

1. В университетскую библиотеку привезли новые учебники по геометрии для 2—3 курсов, по 280 штук для каждого курса. Все книги одинаковы по размеру. В книжном шкафу 7 полок, на каждой полке помещается 30 учебников. Сколько шкафов можно полностью заполнить новыми учебниками?
2. Больному прописано лекарство, которое нужно пить по 0,5 г 3 раза в день в течение 21 дня. В одной упаковке 10 таблеток лекарства по 0,5 г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс лечения?
3. Оптовая цена учебника 170 рублей. Розничная цена на 20% выше оптовой. Какое наибольшее число таких учебников можно купить по розничной цене на 7000 рублей?
4. Павел Иванович купил американский автомобиль, спидометр которого показывает скорость в милях в час. Американская миля равна 1609 м. Какова скорость автомобиля в километрах в час, если спидометр показывает 65 миль в час? Ответ округлите до целого числа.
5. Для того, чтобы связать свитер, хозяйке нужно 800 граммов шерсти красного цвета. Можно купить красную пряжу по цене 80 рублей за 100 г, а можно купить неокрашенную пряжу по цене 50 рублей за 100 г и окрасить ее. Один пакетик краски стоит 20 рублей и рассчитан на окраску 400 г пряжи. Какой вариант покупки дешевле? В ответ напишите, сколько рублей будет стоить эта покупка.
6. Для изготовления книжных полок требуется заказать 48 одинаковых стекол в одной из трех фирм. Площадь каждого стекла  $0,25 \text{ м}^2$ . В таблице приведены цены на стекло, а также на резку стекол и шлифовку края. Сколько рублей будет стоить самый дешевый заказ?

Фирма	Цена стекла (руб. за $1 \text{ м}^2$ )	Резка и шлифовка (руб. за одно стекло)
A	420	75
B	440	65
B	470	55

7. Независимая экспертная лаборатория определяет рейтинг  $R$  бытовых приборов на основе коэффициента ценности, равного  $0,01$  средней цены  $P$ , показателей функциональности  $F$ , качества  $Q$  и дизайна  $D$ . Каждый из показателей оценивается целым числом от 0 до 4. Итоговый рейтинг вычисляется по формуле

$$R = 4(2F + 2Q + D) - 0,01P.$$

В таблице даны средняя цена и оценки каждого показателя для нескольких моделей

электрических мясорубок. Определите наивысший рейтинг представленных в таблице моделей электрических мясорубок.

Модель мясорубки	Средняя цена	Функциональность	Качество	Дизайн
А	4600	2	0	2
Б	5500	4	3	1
В	4800	4	4	4
Г	4700	2	1	4

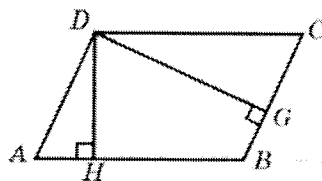
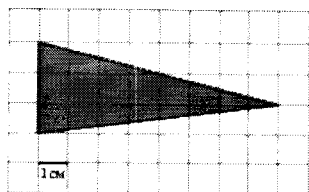
- Четыре рубашки дешевле куртки на 8%. На сколько процентов пять рубашек дороже куртки?
- Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 200 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 15 км/ч, стоянка длится 10 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 40 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.
- Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 1 минуту быстрее, чем первая труба?

### Тригонометрия

- Решите уравнение  $\sin \frac{\pi x}{3} = 0,5$ . В ответе напишите наименьший положительный корень.
- Найдите  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$ ,  $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$ .
- Найдите  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\frac{7 \sin \alpha + 13 \cos \alpha}{5 \sin \alpha - 17 \cos \alpha} = 3$ .
- Найдите значение выражения  $\frac{12 \sin 11^\circ \cdot \cos 11^\circ}{\sin 22^\circ}$ .
- Найдите значение выражения  $36\sqrt{6} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} \sin \frac{\pi}{4}$ .
- Найдите значение выражения  $\frac{8}{\sin\left(-\frac{27\pi}{4}\right) \cos\left(\frac{31\pi}{4}\right)}$ .
- Найдите значение выражения  $7 \operatorname{tg} 13^\circ \cdot \operatorname{tg} 77^\circ$ .
- Найдите значение выражения  $\frac{5 \operatorname{tg} 163^\circ}{\operatorname{tg} 17^\circ}$ .
- Найдите значение выражения  $\frac{2 \sin\left(\alpha - \frac{7\pi}{2}\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}{\sin(\alpha + \pi)}$ .
- Дано уравнение  $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + 2x\right) = \cos x$ . а) Решите уравнение; б) Укажите корни уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$ .

## Планиметрия

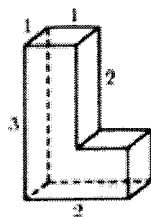
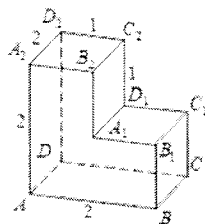
1. На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см × 1 см изображен треугольник (см. рисунок). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.



2. Стороны параллелограмма равны 9 и 15. Высота, опущенная на первую сторону, равна 10. Найдите высоту, опущенную на вторую сторону параллелограмма.
3. Диагонали четырехугольника равны 4 и 5. Найдите периметр четырехугольника, вершинами которого являются середины сторон данного четырехугольника.
4. Средняя линия и высота трапеции равны соответственно 3 и 2. Найдите площадь трапеции.
5. Найдите площадь кольца, ограниченного концентрическими окружностями, радиусы которых равны  $\frac{4}{\sqrt{\pi}}$  и  $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$ .
6. Стороны правильного треугольника  $ABC$  равны 3. Найдите скалярное произведение векторов  $\vec{AB}$  и  $\vec{AC}$ .
7. Точки  $O(0; 0)$ ,  $A(6; 8)$ ,  $B(6; 2)$ ,  $C(0; 6)$  являются вершинами четырехугольника. Найдите абсциссу точки  $P$  пересечения его диагоналей.
8. В треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 5$ ,  $\sin A = \frac{7}{25}$ . Найдите  $AB$ .
9. Четырехугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Угол  $ABD$  равен  $75^\circ$ , угол  $CAD$  равен  $35^\circ$ . Найдите угол  $ABC$ . Ответ дайте в градусах.
10. На прямой, содержащей медиану  $AD$  прямоугольного треугольника  $ABC$  с прямым углом  $C$ , взята точка  $E$ , удаленная от вершины  $A$  на расстояние, равное 4. Найдите площадь треугольника  $BCE$ , если  $BC = 6$ ,  $AC = 4$ .

## Стереометрия

1. В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  медианы основания  $ABC$  пересекаются в точке  $O$ . Площадь треугольника  $ABC$  равна 2; объем пирамиды равен 6. Найдите длину отрезка  $OS$ .
2. Найдите квадрат расстояния между вершинами  $C$  и  $A_1$  прямоугольного параллелепипеда, для которого  $AB = 5$ ,  $AD = 4$ ,  $AA_1 = 3$ .
3. Найдите расстояние между вершинами  $A_1$  и  $C_2$  многогранника, изображенного на



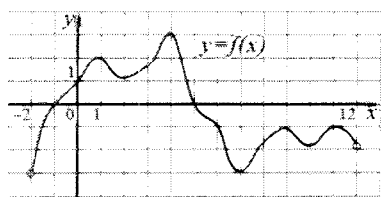
рисунке.

4. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке

- Если каждое ребро куба увеличить на 1, то его площадь поверхности увеличится на 54. Найдите ребро куба.
- Найдите площадь боковой поверхности правильной шестиугольной призмы, сторона основания которой равна 5, а высота – 10.
- Найдите площадь поверхности правильной четырехугольной пирамиды, стороны основания которой равны 6 и высота равна 4.
- Стороны основания правильной шестиугольной пирамиды равны 10, боковые ребра равны 13. Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды.
- В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  найдите косинус угла между плоскостями  $BA_1 C_1$  и  $BA_1 D_1$ .
- В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известны ребра:  $AB = 6$ ,  $AD = 8$ ,  $CC_1 = 16$ . Найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $A_1 DB$ .

### Производная

- Материальная точка движется прямолинейно по закону  $x(t) = \frac{1}{2}t^3 - 3t^2 + 2t$  (где  $x$  — расстояние от точки отсчета в метрах,  $t$  — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость в (м/с) в момент времени  $t = 6$  с.
- Прямая  $y = -4x - 11$  является касательной к графику функции  $y = x^3 + 7x^2 + 7x - 6$ . Найдите абсциссу точки касания.
- На рисунке изображен график функции  $y=f(x)$ , определенной на интервале  $(-2; 12)$ . Найдите сумму точек экстремума функции  $f(x)$ .



- Найдите наименьшее значение функции  $y = x^3 - 27x$  на отрезке  $[0; 4]$ .
- Найдите точку минимума функции  $y = -\frac{x^2 + 1}{x}$ .
- Найдите наименьшее значение функции  $y = (x+3)^2(x+5) - 1$  на отрезке  $[-4; -1]$ .
- Найдите наибольшее значение функции  $y = 12 \cos x + 6\sqrt{3}x - 2\sqrt{3}\pi + 6$  на отрезке  $[0; \frac{\pi}{2}]$ .
- Найдите наименьшее значение функции  $y = 5 \sin x + \frac{24}{\pi}x + 6$  на отрезке  $[-\frac{5\pi}{6}; 0]$ .
- Найдите точку минимума функции  $y = \sqrt{x^2 - 6x + 11}$ .
- Найдите наибольшее значение функции  $f(x) = \cos 2x - \cos x$ .

### Контрольно-измерительные материалы по курсу 11 класса

#### Вычисления и преобразования

- Решите уравнение  $\frac{6}{13}x^2 = 19\frac{1}{2}$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

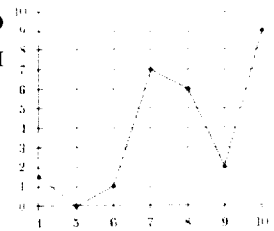


2. Найдите корень уравнения  $\frac{1}{7x-15} = \frac{1}{4x+3}$
3. Найдите корень уравнения:  $\sqrt{-72+17x} = x$ . Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.
4. Найдите  $\frac{p(b)}{p(\frac{1}{b})}$ , если  $p(b) = \left(b + \frac{3}{b}\right) \left(3b + \frac{1}{b}\right)$  при  $b \neq 0$ .
5. Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt[3]{10} \cdot \sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{5}}$
6. Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt[3]{m} \cdot \sqrt[3]{m}}{2^{3.5} \cdot 3^{5.5}}$  при  $m = 125$
7. Найдите значение выражения  $\frac{6^{4.5}}{a^{3.21} \cdot a^{7.36}}$
8. Найдите значение выражения  $\frac{a^{8.57}}{24(\sin^2 17^\circ - \cos^2 17^\circ)}$  при  $a = 12$ .
9. Найдите значение выражения  $\frac{\cos 34^\circ}{\cos \frac{8\pi x}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}}$
10. Найдите корни уравнения:  $\cos \frac{8\pi x}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ . В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

### Практико – ориентированные задачи

1. При температуре  $0^\circ\text{C}$  рельс имеет длину  $l_0 = 10\text{ м}$ . При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону  $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$ , где  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{C}^\circ)^{-1}$  — коэффициент теплового расширения,  $t^\circ$  — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 3 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.
2. По закону Ома для полной цепи сила тока, измеряемая в амперах, равна  $I = \frac{\varepsilon}{R + r}$ , где  $\varepsilon$  — ЭДС источника (в вольтах),  $r = 1\text{ Ом}$  — его внутреннее сопротивление,  $R$  — сопротивление цепи (в Омах). При каком наименьшем сопротивлении цепи сила тока будет составлять не более 20% от силы тока короткого замыкания  $I_{\text{кз}} = \frac{\varepsilon}{r}$ ? (Ответ выразите в Омах.)
3. Расстояние (в км) от наблюдателя, находящегося на высоте  $h$  м над землей, выраженное в километрах, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле  $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$ , где  $R = 6400\text{ км}$  — радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 4,8 км. На сколько метров нужно подняться человеку, чтобы расстояние до горизонта увеличилось до 6,4 километров?
4. В ходе распада радиоактивного изотопа, его масса уменьшается по закону  $m(t) = m_0 \cdot 2^{-t/T}$ , где  $m_0$  — начальная масса изотопа,  $t$  (мин) — прошедшее от начального момента время,  $T$  — период полураспада в минутах. В лаборатории получили вещество, содержащее в начальный момент времени  $m_0 = 40\text{ мг}$  изотопа  $Z$ , период полураспада которого  $T = 10\text{ мин}$ . В течение скольких минут масса изотопа будет не меньше 5 мг?

5. Водолазный колокол, содержащий в начальный момент времени  $\nu = 3$  моля воздуха объемом  $V_1 = 8$  л, медленно опускают на дно водоема. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного объема  $V_2$ . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением  $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{V_1}{V_2}$  (Дж), где  $\alpha = 5.75$  — постоянная, а  $T = 300$  — температура воздуха. Какой объем  $V_2$  (в литрах) станет занимать воздух, если при сжатии газа была совершена работа в 10350 Дж?
6. Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе оценок информативности  $In$ , оперативности  $Op$ , объективности публикаций  $Tr$ , а также качества сайта  $Q$ . Каждый отдельный показатель оценивается читателями по 5-балльной шкале целыми числами от 1 до 5. Аналитики, составляющие формулу рейтинга, считают, что объективность ценится втрое, а информативность публикаций — вдвое дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид  $R = \frac{2In + Op + 3Tr + Q}{A}$ . Каким должно быть число  $A$ , чтобы издание, у которого все оценки наибольшие, получило бы рейтинг 1?
7. Мяч бросили под углом  $\alpha$  к плоской горизонтальной поверхности земли. Время полета мяча (в секундах) определяется по формуле  $t = \frac{2\nu_0 \sin \alpha}{g}$ . При каком наименьшем значении угла  $\alpha$  (в градусах) время полета будет не меньше 3 секунд, если мяч бросают с начальной скоростью  $\nu_0 = 30$  м/с? Считайте, что ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.
8. На рисунке изображен график осадков в Калининграде с 4 по 10 февраля 1974 г. На оси абсцисс откладываются дни, на оси ординат — осадки в мм.
9. В фирме такси в данный момент свободно 20 машин: 10 черных, 2 желтых и 8 зеленых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчице. Найдите вероятность того, что к ней приедет зеленое такси.
10. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орёл выпадет ровно два раза.



### Стереометрия

- Высота конуса равна 6, а диаметр основания — 16. Найдите образующую конуса.
- Площадь боковой поверхности цилиндра равна  $21\pi$ , а диаметр основания равен 7. Найдите высоту цилиндра.
- Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы находится в центре основания конуса. Образующая конуса равна  $7\sqrt{2}$ . Найдите радиус сферы.
- Шар вписан в цилиндр. Площадь поверхности шара равна 111. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.
- Сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили  $2300$  см<sup>3</sup> воды и погрузили в воду деталь. При этом уровень воды поднялся с отметки 25 см до отметки 27 см. Найдите объем детали. Ответ выразите в см<sup>3</sup>.
- Правильная четырехугольная призма описана около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 1. Найдите площадь боковой поверхности призмы.

7. Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8, боковое ребро равно 5. Найдите объем призмы.
8. Найдите высоту правильной треугольной пирамиды, стороны основания которой равны 2, а объем равен  $\sqrt{3}$ .
9. Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объем конуса равен 6. Найдите объем шара.
10. В куб с ребром 3 вписан шар. Найдите объем этого шара, деленный на  $\pi$ .

### Типовые задания С1, С2, С3, С4, С5, С6

1. С1 Решите уравнение  $\frac{2\sin^2 x + 2\sin x \cos 2x - 1}{\sqrt{\cos x}} = 0$ .
2. С1 а) Решите уравнение  $\sin x + \left(\cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2}\right) \left(\cos \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2}\right) = 0$ . б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[\pi, \frac{5\pi}{2}\right]$ .
3. С2 В правильном тетраэдре  $ABCD$  найдите угол между высотой тетраэдра  $DH$  и медианой  $BM$  боковой грани  $BCD$ .
4. С2 Дана правильная треугольная пирамида  $DABC$  с вершиной  $D$ . Сторона основания пирамиды равна  $\sqrt{6}$ , высота равна  $\sqrt{30}$ . Найдите расстояние от середины бокового ребра  $BD$  до прямой  $MT$ , где точки  $M$  и  $T$  — середины ребер  $AC$  и  $AB$  соответственно.
5. С3 Решите систему неравенств  $\begin{cases} \log_{\log_2 2} (6x - 2) \geq 0, \\ 20^x - 64 \cdot 5^x - 4^x + 64 \leq 0. \end{cases} \quad \begin{cases} 2^x + 6 \cdot 2^{-x} \leq 7, \\ \frac{2x^2 - 4x}{x - 4} \leq x. \end{cases}$
6. С3 Решите систему неравенств
7. С4 Найдите длину отрезка общей касательной к двум окружностям, заключенного между точками касания, если радиусы окружностей равны 23 и 7, а расстояние между центрами окружностей равно 34.
8. Дан треугольник  $ABC$ . Точка  $E$  на прямой  $AC$  выбрана так, что треугольник  $ABE$ , площадь которого равна 14, — равнобедренный с основанием  $AE$  и высотой  $BD$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если известно, что  $\angle ABE = \angle CBD = \alpha$  и  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{24}{7}$ .
9. С5 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых множеством решений неравенства  $\sqrt{5-x} + |x+a| \leq 3$  является отрезок.
10. Найти все значения  $a$ , при каждом из которых функция  $f(x) = x^2 - 2|x - a^2| - 8x$  имеет более двух точек экстремума.
11. Перед каждым из чисел 14, 15, ..., 20 и 4, 5, ..., 8 произвольным образом ставят знак плюс или минус, после чего от каждого из образовавшихся чисел первого набора отнимают каждое из образовавшихся чисел второго набора, а затем все 35 полученных результатов складывают. Какую наименьшую по модулю и какую наибольшую сумму можно получить в итоге?
12. Сумма двух натуральных чисел равна 43, а их наименьшее общее кратное в 120 раз больше их наибольшего общего делителя. Найдите эти числа.